Chương trình giảng dạy kinh tế Fulbright
Học kỳ Thu, 2010

CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH ĐỊNH LƯỢNG

LỜI GIẢI BÀI TẬP 3

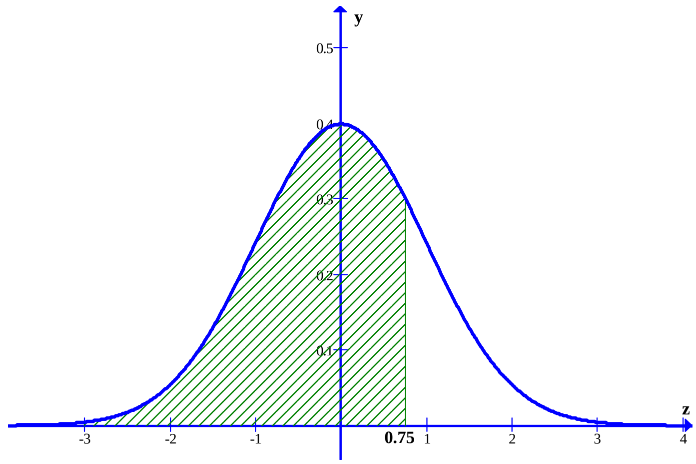
PHÂN PHỐI XÁC SUẤT

<u>Bài 1</u> (25 điểm)

a) *Diện tích bên trái Z = 0,75*

S =P(-∞<Z<0,75)

= 0,5 + P(0<Z<0,75) = 0,5000 + 0,2734 = 0,7734

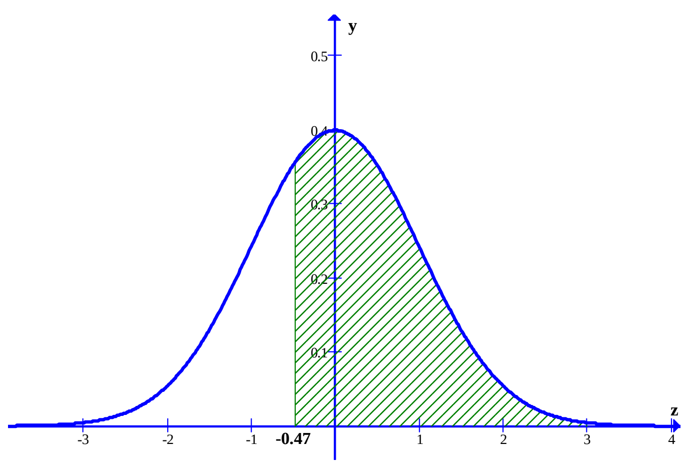


b) *Diện tích bên phải Z = -0,47*

S = P(-0,47<Z<+∞)

= 0,5 + P(-0,47<Z<0)

= 0,5 + P(0>Z>0,47) = 0,5000 + 0,1808 = 0,6808

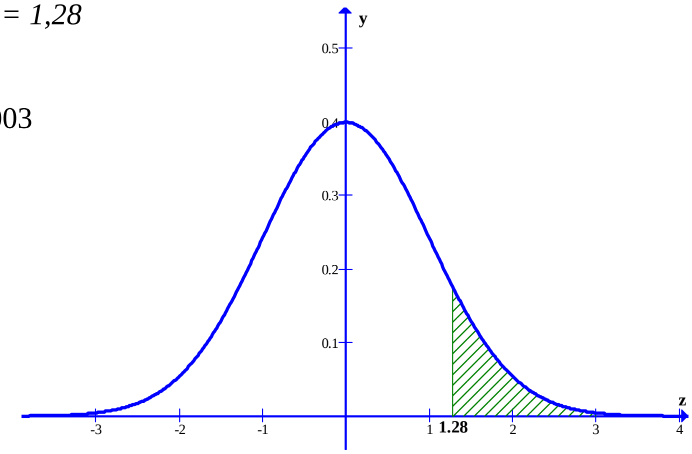


c) Diện tích bên phải điểm Z = 1,28

S = P(1,28<Z<+∞)

= 0,5 – P(0<Z<1,28)

= 0,5000 - 0,3997 = 0,1003

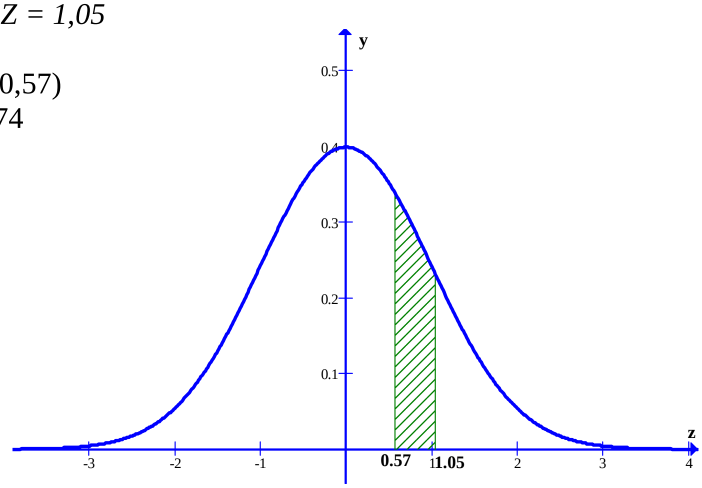


d) Diện tích giữa Z = 0,57 và Z = 1,05

S = P(0,57<Z<1,05)

= P(0<Z<1,05) – P(0<Z<0,57)

= 0,3531 - 0,2157 = 0,1374



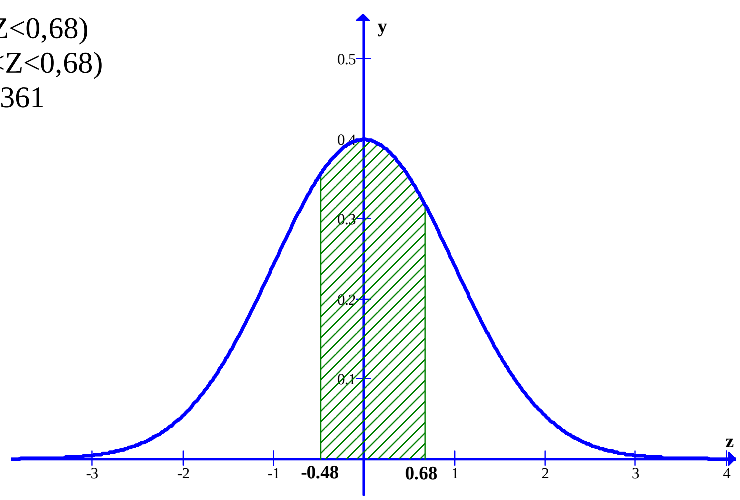
e) Diện tích giữa Z=-0,48 và Z=0,68

S = P(-0,48<Z<0,68)

= P(-0,48<Z<0) + P(0<Z<0,68)

= P(0<Z<0,48) + + P(0<Z<0,68)

= 0,1844 + 0,2517 = 0,4361



Bài 2 (25 điểm)

μ = 1000
σ = 10
a/ P (X≥ $\mu + 2\sigma$) = P(Z ≥2) = 0,5 – 0,4772 = 0,0228 = 2,28%

b/ P (X≥ $\mu + 3\sigma$) = P(Z ≥3) = 0,5 – 0,4987 = 0,13%

c/ P ($\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma$) = P(-1≤ Z ≤ 1) = 0,6828 = 68,28%

d/ P (910 ≤ X ≤ 1050) = $P\left(\frac{910-1000}{10} \le Z \le \frac{1050-1000}{10}\right)$
= P (-9 ≤ Z ≤ 5)
Do P(-3<Z<3) ≈ 1 nên P (-9 ≤ Z ≤ 5) ≈ 1

e/ P(X = 950) = 0 do X là biến ngẫu nhiên liên tục nên xác suất tại một điểm bất kỳ sẽ bằng 0.

Bài 3 (25 điểm)

X là một đại lượng ngẫu nhiên rời rạc, bảng phân phối xác suất của X như sau

X	0	1	2	3	4	5
Xác suất	0,05	0,10	0,20	0,30	0,20	0,15

a. *Hãy xác định xác suất để số tấn nguyên liệu X lớn hơn hoặc bằng 3*

P(X≥3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) = 0,30+0,20+0,15 = 0,65

b. *Hãy xác định xác suất để số tấn nguyên liệu X lớn hơn 2*

P(X>2) = P(X≥3) = 0,65

c. *Hãy xác định xác suất để số tấn nguyên liệu X lớn hơn hoặc bằng 1*

P(X≥1) = 1-P(X=0) = 1-0,05 = 0,95

d. *Hãy xác định giá trị kỳ vọng của số tấn nguyên liệu X*

$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$ =0*0,05+1*0,10+2*0,20+3*0,3+4*0,2+5*0,15 = 2,95 (tấn)

e. *Hãy xác định phương sai và độ lệch chuẩn của số tấn nguyên liệu X*

$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

Nếu xem dữ liệu là của tổng thể, có thể tính phương sai như sau:

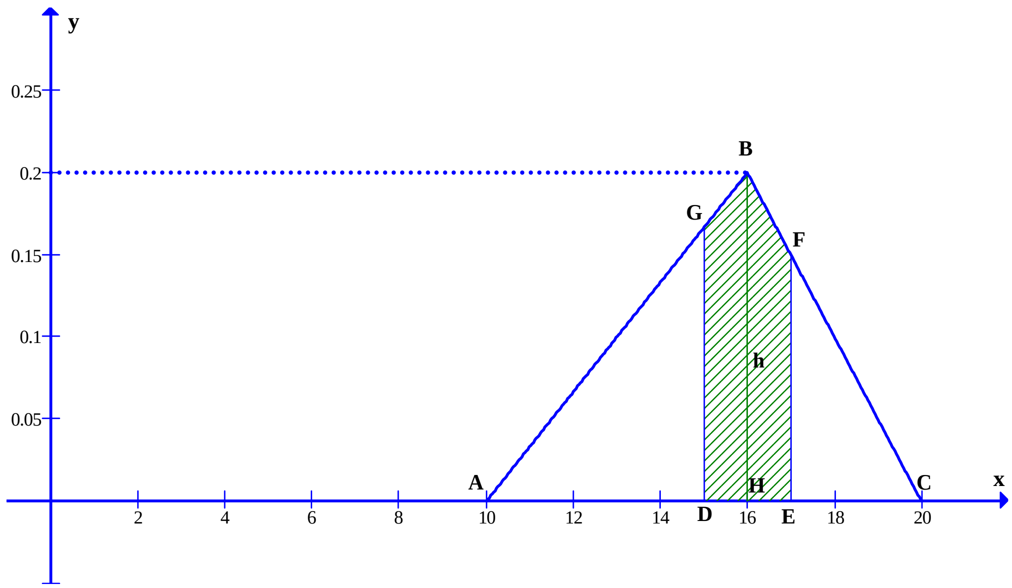
Ta có $E(X^2) = 0^2*0,05+1^2*0,10+2^2*0,20+3^2*0,3+4^2*0,2+5^2*0,15 = 10,55$

$Var(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=10,55 - 2,95^2 = 1,8475$ (tấn^2)

Độ lệch chuẩn của X= $\sqrt{Var(X)} = \sqrt{1.8475} = 1.36$ (tấn)

Bài 4 (25 điểm)

a. *X là một biến ngẫu nhiên tuân theo qui luật phân phối tam giác bất cân xứng trong khoảng từ 10 đến 20. Đỉnh của tam giác phân phối ở tại X = 16. Hãy tính xác suất để có được một giá trị của X nằm trong khoảng từ 15 đến 17. Vẽ hình minh họa, giải thích rõ ràng các tính toán và các giả định của Anh/Chị.*



Do $P(10 \le X \le 20) = 1 \rightarrow S_{ABC} = h.10/2 = 1 \rightarrow h = 1/5 = 0,2$

$P(15 \le X \le 17) = S_{DGBFE} = S_{ABC} - S_{ADG} - S_{CEF}$

Theo tính chất của tam giác đồng dạng, và định lý Ta-lét đã học ở bậc phổ thông, dễ dàng tính được độ dài của đoạn DG, và EF như sau:

$$\frac{GD}{BH} = \frac{AD}{AH} \Rightarrow GD = BH\frac{AD}{AH} = 0,2 * \frac{15-10}{16-10} = 0,1667$$

$$\frac{FE}{BH} = \frac{CE}{CH} \Rightarrow FE = BH\frac{CE}{CH} = 0,2 * \frac{20-17}{20-16} = 0,15$$

Vậy S_{DGBFE}= 1-0,5.AD.GD-0,5.CE.FE

=1-0,5*5*0,1667-0,5*3*0,15=0,358

Hoặc bạn cũng có thể tính theo cách:

$S_{DGFE} = S_{DGBH} + S_{BHEF}$

= (0,1667+0,2)*1*0,5+(0,15+0,2)*1*0,5=0,18335+0,175=0,358

Như vậy, $P(15 \le X \le 17)=0,358$

b. *Kết quả thi tuyển sinh của 15.000 thí sinh vào một trường Đại Học tại Tp Hồ Chí Minh như sau: điểm trung bình trong kỳ thi là 18, với điểm nhỏ nhất là 9 và điểm cao nhất là 27. Giả sử rằng kết quả điểm thi trong kỳ thi có thể ước tính gần đúng theo phân phối chuẩn. Có bao nhiêu thí sinh đạt từ 22 đến 25 điểm?*

Nếu chọn ngẫu nhiên một sinh viên từ 15000 sinh viên và quan sát điểm của thí sinh này là một phép thử, ta gọi X là đại lượng ngẫu nhiên cho biết điểm thi của thí sinh

Khoảng biến thiên của X là Range=Max-Min=27 – 9=18 điểm

Vì X tuân theo phân phối chuẩn, nên từ Range, ta có thể ước lượng gần đúng độ lệch chuẩn theo công thức s=Range/6= 3 điểm

$P(22 \le X \le 25) = P(\frac{22-18}{3} \le z \le \frac{25-18}{3}) = P(1{,}33 \le z \le 2{,}33) = 0{,}0819$

Như vậy, số lượng thí sinh đạt từ 22 đến 25 điểm bằng 0,0819*15000, và bằng 1229 thí sinh.